



מכון הנרייטה סאלד
המכון הארצי למחקר במדעי ההתנהגות

תוכנית מנחים עמיתים

תורה ספקטרלית של גרפים

Linear Algebra applications in Graph Theory



משרד החינוך
המינהל הפדגוגי
האגף למחוננים ולמצטיינים

חניך: יהב בונה, אורט רבין, קריית מוצקין

מנחה-עמית: פרופ' אבי ברמן, הפקולטה למתמטיקה, הטכניון, חיפה



מטרת המחקר

מציאת חסם על הכיסוי המינימלי של גרף.

גרפים

גרף הוא קבוצת קודקודים שחלקם מחוברים בצלעות. **כיסוי** של גרף הוא תת קבוצה של קודקודים שכל צלע בגרף מחוברת לפחות לאחד מהם.

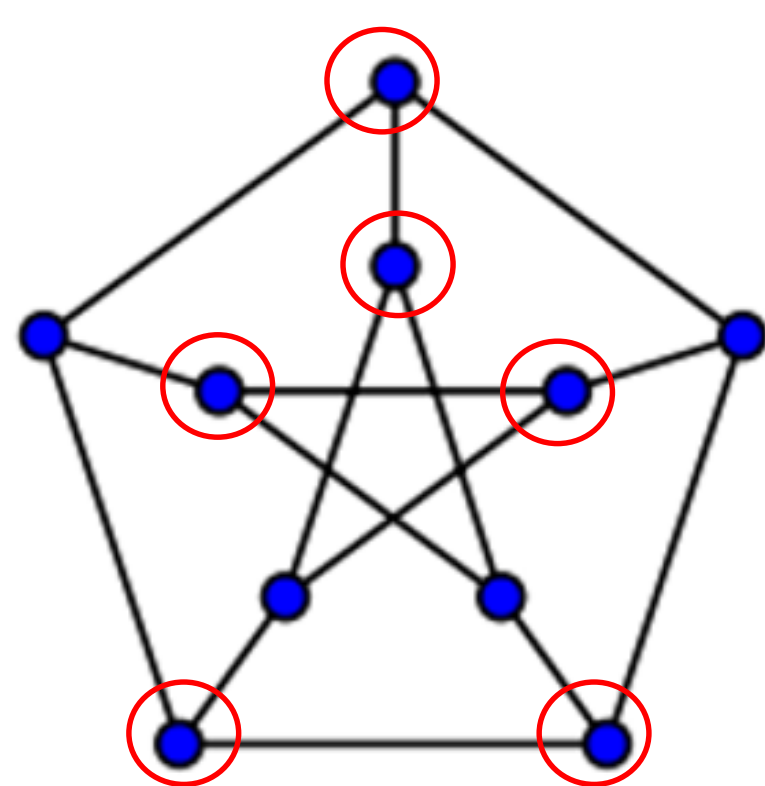
צביעת קודקודים בגרף היא נתינת צבע לכל קודקוד.

צביעת קודקודים חוקית בגרף היא צביעת קודקודים עבורה כל שני קודקודים המחוברים בצלע צבועים בצבע אחר.

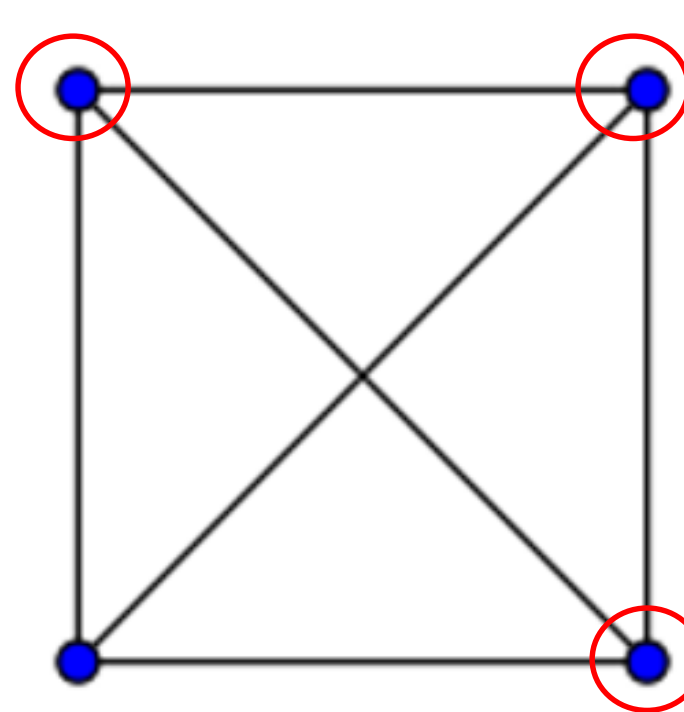
פירוק של גרף הוא חלוקת הצלעות שלו לקבוצות זרות שאיחודן הוא הכל.

הקדמה

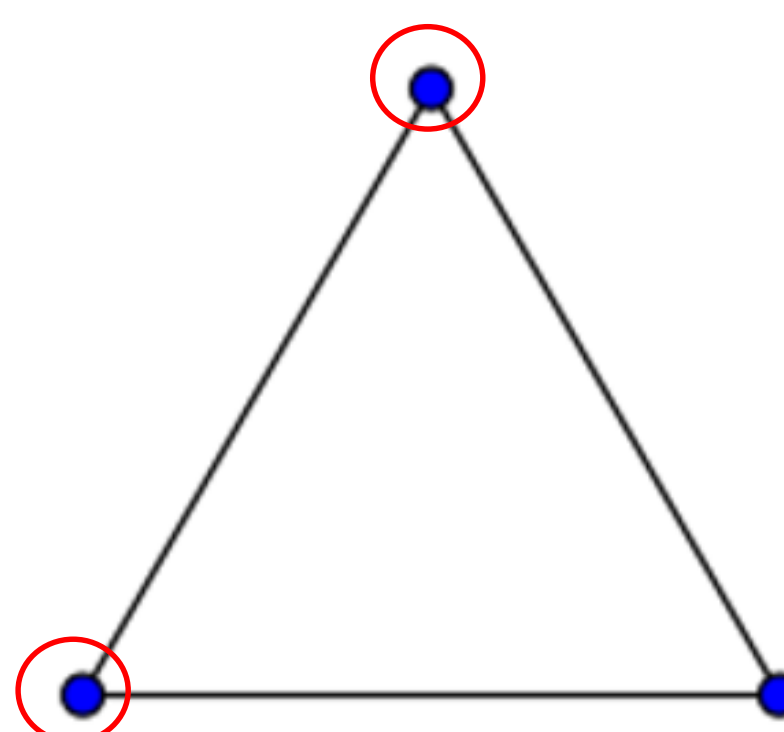
תחום המחקר הוא תורה ספקטרלית של גרפים, העוסקת בחקר הקשר שבין תכונות של גרפים לערכים העצמיים של מטריצות המתאימות להם.



Petersen graph



K_4



K_3



K_2

הקודקודים שבאדום מהווים כיסוי מינימלי בגרפים

תוצאות

בעבודה הוצגו התוצאות הבאות:

1. חסם תחתון חדש לכיסוי המינימלי בגרפים, המתבסס על הערכים העצמיים של מטריצת השכנויות של הגרף ושל מטריצת הלפסיאן.
2. חסם תחתון ידוע לכיסוי בגרפים רגולריים – גרפים שכל קודקוד בהם מחובר לאותו מספר צלעות.
3. חסם עליון ידוע למספר הצבעים המינימלי הדרוש לצביעה חוקית של גרף.
4. הוכחה לכך שאי אפשר לחלק את הגרף השלם על 10 קודקודים לשלושה גרפי פטרסן.
5. חסם תחתון ידוע למספר המינימלי של גרפים דו-צדדיים שלמים הנדרשים כדי לפרק גרף.

שימושים

גרף מתאר רשת, כדוגמת רשת מחשבים או רשת כבישים. כיסוי של הגרף הוא דרך לשלוט על הרשת וכיסוי מינימלי הוא דרך אופטימלית לעשות זאת. פירוק גרפים וצביעתם מאפשרים חלוקה של רשת לרשתות קטנות יותר.